DRE-SAVANES **Année scolaire : 2022-2023**

Classe :$1^{ère}D$ Durée : 4h ; coef :3

COMPOSITION DU PREMIER SEMESTRE

EPREUVE DE MATHEMATIQURES

EXERCICE1 (5pts)

1) Résoudre dans IR, les équations et inéquations suivantes
$E_1)$: $-x^2-3x+2=0$ **(0,5pt) ;** (E_2): $\sqrt{-2x^2+2x-3}=\sqrt{x^2-2x-3}$ $(1pt)$;

(I): $x^2-4x+4\leq 0.$ **(0,5pt)**

2) Résoudre les systèmes d'équations suivants :

(S_1) $(x,y,z)\in IR^3$ $\begin{cases} x-2y-3z=-9 \\ 2x+5y-3z=0 \\ x+y+2z=9 \end{cases}$; **(1pt)**

(S_2) $(x,y)\in IR^2$ $\begin{cases} x+y=2m \\ xy=m+6 \end{cases}$ $avec\ m\in IR.$ **(1pt)**

Exercice 2 : Barycentre et ligne de niveau (5,5pts)

Dans le plan (P) on considère le triangle ABC isocèle rectangle en A tel que $AB=2$.
G désigne le barycentre des ponts pondérés $(A,m+3)$; (B,m) et $(C,m+2)$ où m est un réel.

1) Pour quelles valeurs de m G existe ? **(0,5pt)**
2) a. On pose $m=1$; démontrer que $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{8}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{8}\overrightarrow{AC}$. **(0,75pt)**
   b. Soit I barycentre du système $\{(B,1);(C,3)\}$. Démontrer que les points $I,A\ et\ G$ sont alignés et construire les points I et G. **(0,75pt)**
3) On considère l'application
   $f:(P)\to IR$
   $M\longmapsto 4MA^2+MB^2+3MC^2$
   On désigne par E_k la ligne de niveau k de f ; k désigne un paramètre réel.
   a. Démontrer que : $\forall M\in(P), f(M)=8MG^2+11.$ (on pourra utiliser le carré scalaire). **(1pt)**
   b. En déduire E_k suivant les valeurs de k. **(0,75pt)**
   c. Pour quelle valeur de k, le point A appartient-il à E_k? **(0,75pt)**
   d. Déterminer et construire l'ensemble (Υ) des points M de (P) tels que
   $4MA^2+MB^2+3MC^2=16.$ **(1pt)**.

Exercice 3 : Etude globale d'une fonction (10,5pts)

On considère la fonction f de $IR\to IR$, définie par $\boldsymbol{f(x)=\frac{-x^2+8x-15}{x-2}}$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O,I,J).

1) a. Déterminer l'ensemble de définition $E\ de\ f$. **(0,5pt)**
   b. déterminer les réels $a,b\ et\ c$ tels que $\forall x\in E\ on\ a$
   $\boldsymbol{f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}}$ **(0,5pt).**
2) Soit (D) la droite d'équation $\boldsymbol{y=ax+b}$ où a et b sont des nombres réels trouvés à la question précédente. Etudier la position relative de (C) et (D). **(0,5pt)**
3) Montrer que le point $A(2;4)$ est un centre de symétrie à la courbe (C). **(0,75pt)**
4) Résoudre l'équation $\boldsymbol{f(x)=0}$ puis en déduire les points d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses**.** **(0,75pt)**
5) a. Etudier les variations de **f (2pts)**.
   b. Dresser le tableau de variation de f. **(0,5pt).**
6) Montrer que la courbe (C) possède deux asymptotes dont on précisera leurs équations respectives. **(0,5pt**$\times$ **2**).
7) Tracer la courbe (C) et ses asymptotes. **(1,5pt)**
8) Soit la fonction $h\ \ de\ IR\to IR$ définie par $\boldsymbol{h(x)=\frac{-x^2+8|x|-15}{|x|-2}}$
   a. Déterminer l'ensemble de définition $D_h\ de\ h$. **(0,5pt)**
   b. Etudier la parité de h **(0,5pt)**
   c. Déterminer le plus grand ensemble sur lequel h et f coïncident **(0,5pt)**
   d. En déduire la construction de (C_h) à $partir\ de\ (C)$. **(1pt)**