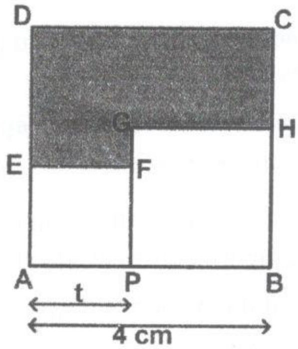
BAC 1 2025	MATHEMATIQUES	SERIE C4
Session normale	*Durée : 4 heures*	*Coefficient : 5*

EXERCICE 1 : 8pts

Un jeune cuniculteur projette d'agrandir son entreprise. Pour cela, il bénéficie d'un financement incitatif de 780 000 F CFA du ministère du développement à la base et de l'inclusion financière. 8

Il achète à 1 million de francs CFA un domaine rural plat de forme carrée de côté 40 m représenté par le carré $ABCD$ sur la figure ci-contre réalisée à l'échelle de $\frac{1}{1000}$. Il prévoit la construction d'un bâtiment d'habitation dans la partie carrée PBHG. La partie carrée APFE est réservée pour la culture de légumes qui serviront à l'alimentation des lapins. Le reste du domaine sera utilisé pour l'élevage des lapins. Il souhaite que les points E, G et C soient alignés afin de tracer un passage rectiligne joignant ces points.



Pour l'arrosage des légumes et l'abreuvage des lapins, il décide aussi de faire un forage.

Il fait alors appel respectivement à un topographe pour établir le plan cadastral du domaine et déterminer la valeur de t pour laquelle les points E, G et C sont alignés ; à une entreprise de BTP pour la construction du bâtiment et à la société MAT spécialisée dans la réalisation des forages.

Le topographe munit le plan réalisé d'un repère orthonormé direct d'origine A et d'unité graphique 1 cm. Après étude, il affirme : « pour que les points E, G et C soient alignés, il faut que $t = (60 - 20\sqrt{5})$ m. » Il facture son service à 100 000FCFA.

L'entreprise de BTP, pour sa part, a fait un devis de 4 millions de francs CFA pour la construction du bâtiment.

La société MAT précise quant à elle, que le coût de la prospection du sous-sol est de 5000F CFA par mètre carré de sol prospecté. Elle affirme avoir trouvé une bonne nappe d'eau après avoir prospecté l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MP^2 + MF^2 + ME^2 \leq (116 - 48\sqrt{5})$ cm^2. Par ailleurs, elle fixe les frais d'installation du forage à 1 500 000F CFA.

Après avoir réglé toutes ces factures, le jeune entrepreneur désire acheter au moins 450 lapins de race locale et 250 lapins de race importée. Deux fournisseurs lui font les propositions suivantes :

- le premier propose le lot A, composé de 10 lapins de race locale et 10 lapins de race importée pour un montant de 20 000F CFA.
- le second propose le lot B, composé de 15 lapins de race locale et 5 lapins de race importée pour un montant de 15 000F CFA.

Le jeune entrepreneur souhaite déterminer le nombre de lots A et celui de lots B qu'il peut acheter en dépensant le maximum du reste du financement obtenu.
Donnée : $\pi = 3,14$.
<u>Consigne 1</u> : Justifie l'affirmation du topographe.
<u>Consigne 2</u> : Détermine le nombre de lots A et celui de lots B que le jeune entrepreneur pourra acheter selon ses souhaits.

Grille de notation

	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1pt	0,75pt	0,5pt	0,25pt
Consigne 2	2pts	2pts	1pt	0,5pt

EXERCICE 2 : 6pts

I. Choisis la ou les bonne(s) réponse(s) : **0,5pt ×6**

NB : Au cas où une question admet plusieurs bonnes réponses, le choix d'une seule bonne réponse par le candidat vaut zéro point.

1. Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 1$. La fonction f est :
a. injective, b. bijective, c. non bijective, d. paire

TSVP

2. Le système (Σ) : $\begin{cases} x-y+z=-5 \\ 2x-y+5z=4 \\ 3x+2y-z=17 \end{cases}$ a pour ensemble solution :

a. $\{(2;9;2)\}$, b. $\{(1;9;3)\}$, c. $\{(1;13;8)\}$, d. $\{(1;8;2)\}$

3. On considère les droites (D_1) et (D_2) définies par : (D_1) : $\begin{cases} x=t-2 \\ y=t+2 \\ z=t-1 \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ et (D_2) : $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{3}=-z$.

Une équation cartésienne du plan contenant (D_1) et (D_2) est :

a. $-2x+\frac{3}{2}y+\frac{1}{2}z-\frac{13}{2}=0$; b. $-4x+3y+z+13=0$; c. $4x-3y-z+13=0$; d. $x-y+z=0$

4. Le plan étant muni d'un repère orthonormé d'origine O, la droite (D_m) : $x-my+\sqrt{1+m^2}=0$ est tangente au cercle de centre O et de rayon: a. 2 ; b. 1 ; c. $\frac{1}{2}$; d. $\sqrt{1+m^2}$

5. On lance un dé cubique numéroté de 1 à 6 et on note le numéro de la face supérieure. La probabilité d'obtenir « un nombre pair multiple de 3 » est : a. $P=\frac{1}{12}$; b. $P=\frac{1}{6}$; c. $P=\frac{1}{3}$; d. $\frac{1}{2}$

6. Etant donné deux points distincts A et B, l'ensemble des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB}=\cos(x)$ est l'ensemble vide si : a. $x \in]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}[$; b. $x \in]0;\pi[$; c. $x \in]-\pi;0[$; d. $x \in]\frac{\pi}{2};\pi[$; e. $x \in]0;\frac{\pi}{2}[$

II. Complète les phrases suivantes : 0,5pt ×6

1. Si une droite est orthogonale à un plan alors elle est ... à toute droite de ce plan.
2. On considère la fonction $f: \mathbb{R}^- \to \mathbb{R}$, $x \to \frac{-x+5}{/E(x+2)/-4}$. L'ensemble de définition de f est ....
3. L'équation $mx^2+3(m+1)x+4m=0$ où m est un paramètre réel admet deux solutions strictement négatives si et seulement si $m \in$.......
4. Soit ABC un triangle équilatéral de sens direct et de centre O.

a. $S_{(AO)} o S_{(AB)} = \cdots$

b. $r_{(B,\frac{\pi}{3})} o r_{(C,\frac{\pi}{3})} = \cdots$

5. La composée de deux homothéties de centres distincts et de rapports respectifs k et k' est une translation si........

EXERCICE 3 : 6pts

Les parties I, II et III sont indépendantes.

I. 1. Soit N un entier naturel dont l'écriture en base dix est $abba$. Montrer que N est divisible par 11. 0,75pt

2.1. Démontre que pour tout entier naturel n, $2^{3n+2}-4$ est un multiple de 7. 0,75pt

2.2. En déduis le reste de la division euclidienne de $\overline{1001001000}^2$ par 7. 0,5pt

II. Soit la f fonction définie par : $f(x)=\frac{\sin(x)-\cos(x)}{\cos^2(x)}$. On désigne par (C) sa courbe représentative.

1. Détermine l'ensemble de définition D_f de f. 0,25pt

2. Montre que f est 2π −périodique et en déduire son ensemble d'étude D. 0,5pt

3.1. Démontre que $\forall x \in D, f'(x)=\frac{2\tan^2(x)-\tan(x)+1}{\cos(x)}$. 0,5pt

3.2. Etudie le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation sur D. 1pt

4. Construis (C) sur D. 0,5pt

III. Le tableau ci-dessous donne les notes obtenues par 8 élèves d'une classe de première C après un devoir noté sur 20.

Mathématiques (x_i)	12	5	6	9	14	6	12	14
Physique (y_i)	13	8	10	13	17	8	16	16

1. Calcule les coordonnées du point moyen G de cette série statistique double. 0,5 pt

2. Détermine le coefficient de corrélation linéaire. 0,75pt