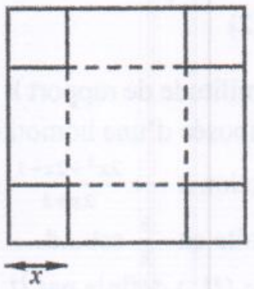
BAC1 2024	MATHEMATIQUES	SERIE : D
Session de remplacement	Durée : 4 heures	Coefficient : 3

EXERCICE 1 (8pts)

Pour maintenir au propre votre lycée, les membres du club environnement dudit établissement décident de fabriquer des poubelles qu'ils laisseront dans la cour du lycée pour permettre aux élèves d'y jeter des ordures. Pour ce faire, ils achètent des feuilles de tôle carrées de 100cm de côté. Ils désirent fabriquer des poubelles ayant la forme d'un pavé droit. Pour fabriquer une poubelle, ils découpent des carrés de côté x cm aux quatre coins de la feuille de tôle et replient les bords de la feuille suivant des lignes en pointillée (voir la figure ci-contre).



Kodjo, un membre du club, après quelques calculs, affirme que le volume V en cm^3 de poubelle est donné par la fonction $V(x) = 4x^3 - 400x^2 + 10000x$. Koffi, un autre membre du club, affirme avoir vu les poubelles de cette forme et leur capacité maximale est comprise entre 74l et 75l.

On rappelle que le volume V d'un pavé droit est V= bxh où b est la surface de base et h la hauteur.

Consigne 1 : En t'appuyant sur des calculs, vérifie l'affirmation de Kodjo.

Consigne 2 : A partir de tes connaissances en mathématiques, justifie l'affirmation de Koffi.

Barème

Critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1	1	1	0,5
Consigne 2	1,5	1,5	1	0,5

EXERCICE 2 (6pts)

I. Pour chacune des questions ci-dessous, écris le numéro de la question suivi de la lettre qui correspond à la bonne réponse. (0,5ptx6)

1. Une urne non transparente contient trois boules jaunes, cinq rouges et deux vertes toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne. La probabilité de tirer les deux boules vertes est : a. $\frac{1}{90}$; b. $\frac{1}{8}$; c. 0,2 ; d. $\frac{1}{15}$

2. Soit la fonction $x \mapsto \frac{x^2+mx-m-1}{x-m^2}$ où $m \in \mathbb{R}$. Son ensemble de définition est :
a. $\mathbb{R}$; b. $\mathbb{R}\backslash\{-m\}$; c. $\mathbb{R}\backslash\{m^2\}$; d. $\mathbb{R}\backslash\{-m, m\}$

3. On considère la série statistique double suivante :

x	1	2	3	4	5
y	13	15	10	15	22

Le point moyen de cette série statistique est :

a. G(3 ;10) ; b. G(3 ;15) ; c. G(2 ;15) ; d. G(4 ;15).

4. P est un plan, (Δ) et (Δ') deux droites de l'espace. Si (Δ) // (Δ') et (P)⊥(Δ') alors :
a. (Δ)⊥(P) ; b. (P)// (Δ) c. (P) et (Δ) sont disjoints d. Aucune réponse

5. Le système (S) : $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x - y + 5z = 12 \\ 3x + 2y - z = -11 \end{cases}$ a pour ensemble solution

TSVP

a. {-2 ;-1 ;3} ;   b. {(-1 ;-2 ;3)} ;   c. {(3 ;-2 ;-1)} ;   d. {(-2 ;-1 ;3)}

6. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$ est égale à: a. 0 ;   b. 1 ;   c. $+\infty$;   d. $-\infty$

II. Complète les phrases suivantes sans les recopier en indiquant le numéro de la question et la réponse. (0,25ptx12)

1. Une similitude de rapport k multiplie les distances par ...a... et les aires par ...b...
2. La composée d'une homothétie et d'un déplacement est une ...c...
3. La fonction $x \longmapsto \frac{2x^2+2x-1}{2x+3}$ est dérivable sur ...a... et sa dérivée est ...b... ; sa limite en $+\infty$ est ...c... et celle à droite en $-\frac{3}{2}$ est ...d...
4. La suite (U_n) définie par $U_n = 5 - 2n$ pour tout entier naturel n est ...a... de raison...b... et de premier terme...c...
5. Soit le polynôme $p(x) = 2x^2 - 3x - 4$. Son discriminant est ...a... L'ensemble solution de l'équation $x \in \mathbb{R}, p(x) = 0$ est...b...

EXERCICE 3 (6pts)

Les parties I et II sont indépendantes.

I. Soit l'équation (E_1): $\sin 3x + \sin 2x = 0$

1. Résous (E_1) dans] -π ; π] puis représente les points images des solutions sur le cercle trigonométrique. (1pt)

2.1. Démontre que $\sin 3x = (4\cos^2 x - 1)\sin x$. (0,5pt)

2.2. Déduis que (E_1) est équivalente à l'équation (E_2): $(4\cos^2 x + 2\cos x - 1)\sin x = 0$. (0,25pt)

Parmi les solutions de l'équation (E_2) lesquelles sont solutions de l'équation $(4\cos^2 x + 2\cos x - 1) = 0$? (0,25pt)

3.1. Résous l'équation $X \epsilon \mathbb{R}, 4X^2 + 2X - 1 = 0$. (0,5pt)

3.2. Déduis-en les valeurs exactes de $\cos\frac{4\pi}{5}$ et $\cos\frac{2\pi}{5}$. (0,5pt)

II. Soit ABC un triangle équilatéral de côté a, a étant un réel strictement positif et D un point tel que $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

1.1. Fais une figure. (0,5pt)

1.2. Démontre que D est le barycentre des points A, B et C affectés des coefficients que l'on précisera. (0,75pt)

2. On pose $(\Gamma) = \{M \in P / 2MA^2 - 2MB^2 - MC^2 = 0\}$.

2.1. Démontre que $C \in (\Gamma)$. (0,25pt)

2.2. Calcule $AD^2; BD^2$ et CD^2. (0,75pt)

2.3. Détermine puis construis (Γ). (0,75pt)