BAC 1 2024	MATHEMATIQUES	SERIE : D
Session normale	*Durée : 4 heures*	*Coefficient : 3*

EXERCICE 1 (8pts)

Dans le cadre du développement de son territoire, le maire de votre commune décide de faire tracer une route reliant deux quartiers représentés par deux points A et B avec l'implantation de trois lampadaires sur la voie. Il lance alors un appel d'offre à l'issu duquel une entreprise de génie civil est retenue pour la réalisation des travaux. Après visite du terrain et modélisation, l'entreprise informe le maire que la route à tracer sera une partie de la courbe représentative de la fonction f définie de IR vers IR par $f(x) = \frac{x^2-5x+2}{x+2}$, le plan étant muni du repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ où le point O est le pied du mât de la mairie. L'entreprise indique que les coordonnées des deux quartiers dans ce repère sont : A $(0 ; 1)$ et B $(6 ; 1)$. Elle affirme également que les lampadaires seront installés aux points dont les abscisses sont solutions de l'équation (E) : $x \in IR, (x^2-1)(x^2-8x+15)=0$.

Le maire désire avoir une représentation de l'ouvrage. Il présente alors les résultats de l'étude de l'entreprise à son enfant Solim, élève en classe de 1ère D, qu'il voit souvent tracer les courbes et résoudre des équations lorsqu'il étudie ses leçons. Pour satisfaire son papa, Solim vient te voir pour solliciter ton aide.

Consigne1 : A partir de tes connaissances en mathématiques, représente dans un plan le support de la route.

Consigne2 : En te basant sur des calculs, détermine les positions des trois lampadaires.

Critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,25 pt	1,25 pt	1 pt	1pt
Consigne 2	1,25 pt	1,25 pt	1 pt	

EXERCICE 2 : (6pts)

Partie A : Sans recopier l'énoncé, indiquer à chaque question la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. Voici une série statistique à deux caractères : (0,5pt×2)

X	50	100	150	200	250	300
Y	2,8	2,5	2,2	2	1,6	1,5

On a calculé : $\mathrm{Cov}(X, Y) = -39{,}17$; $\sigma(X) = 85{,}39$ et $\sigma(Y) = 4{,}83$.

1.1. Le point moyen du nuage de points de la série est le point :

a_1) G(170 ; 2,5) a_2) G(165 ; 3,4) a_3) G(175 ; 2,1)

1.2. Une équation de la droite de régression linéaire de y en x est :

b₁) $y = -6{,}76 \times 10^{-3}\, x + 3{,}14$ b₂) $y = -5{,}37 \times 10^{-3}\, x - 3$, b₃) $y = -5{,}37 \times 10^{-3}\, x + 3{,}04$

2. L'ensemble des solutions de l'équation $\cos\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$ dans $]-\pi;\pi]$ est : (1pt)

a) $\{\frac{\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}\}$ b) $\{-\frac{\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; -\frac{5\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\}$

c) $\{-\frac{\pi}{12}; -\frac{11\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; -\frac{7\pi}{12}\}$ d) $\{\frac{\pi}{12}; \frac{11\pi}{12}; \frac{5\pi}{12}; \frac{7\pi}{12}\}$

3. Si deux plans de l'espace sont orthogonaux à une même droite respectivement en deux points distincts A et B alors ils sont : a) orthogonaux b) confondus c) parallèles d) sécants (0,5pt)

Partie B : Compléter les phrases suivantes en utilisant les numéros et les lettres sans recopier toute la phrase

1. Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher : 2 blanches, 3 rouges et 3 noires. On tire simultanément deux boules de cette urne et l'on définit les événements suivants :

   A : ≪ *les boules tirées sont monocolores* ≫ et B: ≪ *Les boules tirées sont bicolores* ≫. On a : (1pt)

   P(A)=…a… et P(B)= …b….

2. Une similitude est la composée d'une …a… et d'une homothétie. (0,5pt)
3. Soit f une application du plan dans le plan et k un réel non nul donné tels que pour tous points distincts M et N, $\overrightarrow{f(M)f(N)} = k\overrightarrow{MN}$. f est une …a… dont un des éléments caractéristiques est …b… (1pt)
4. On considère le polynôme $p(x) = -2x^2 + 4x - 2$. Le nombre de zéro(s) de p est…a… Il a pour signe…b… (1pt)

EXERCICE 3 : (6pts)

Les parties I et II sont indépendantes.

I- On considère les deux suites réelles (U_n) et (V_n) définies par :

$U_1 = 2, V_1 = 7$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*, U_{n+1} = \frac{2U_n+3V_n}{5}, V_{n+1} = \frac{U_n+4V_n}{5}$.

1- Calculer U_2 et V_2. (0.5pt)

2- Pour tout entier naturel non nul n, on pose $W_n = V_n - U_n$.

a- Démontrer que (W_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. (1pt)

b- Exprimer W_n en fonction de n. (W_n) converge-t-elle ? Justifier. (1pt)

3- a- Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*, U_{n+1} - U_n = \frac{3}{5}W_n$ et $V_{n+1} - V_n = \frac{-1}{5}W_n$. (1pt)

b- En déduire que (U_n) est croissante et que (V_n) est décroissante. (0.5pt)

II- Soit ABCD un carré de sens direct, r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$ et D' l'image de D par r.

1. Faire une figure. (0,5pt)
2. Justifier qu'il existe une homothétie de centre B qui applique A sur D'et préciser son rapport. (0,75pt×2)