BAC 1 2024	MATHEMATIQUES	SERIE : C4
Session normale	Durée : 4heures	Coefficient : 5

EXERCICE 1 : (8pts)

À l'occasion de la fête traditionnelle de ta préfecture, une réception des invités de marque est prévue à un lieu spécial qui sera sécurisé par une équipe de 5 corps habillés composée de 1 militaire, 2 policiers et 2 gendarmes. L'équipe sera sous la responsabilité d'un comité de 2 personnes choisies au hasard parmi les 5 corps habillés. La voie la plus sûre qui mène au lieu de réception, est assimilable à la courbe représentative de la fonction f définie de IR vers IR par $f(x) = \frac{10px+1}{x^2-x+5q}$ où p est la probabilité pour que le comité soit composé de 2 gendarmes et q celle pour que ce comité soit composé d'un militaire et d'un policier.

Le président du comité d'organisation, sachant que les invités de marque seront au nombre de 200, arrive sur le lieu de réception pour se renseigner sur le nombre de places disponibles. Le gérant tout en le rassurant de la disponibilité des places lui dit qu'à l'occasion de la fête, une réduction du tarif de location est faite mais conditionnée par une réponse trouvée à l'affirmation suivante : *« le nombre de places assises est abn où n est le chiffre des unités, b celui des dizaines et a celui des centaines. En permutant les chiffres b et n, le nombre de places s'augmente de 36 et qu'en permutant les chiffres a et n, on obtient le double du nombre de places moins 6. Enfin, le chiffre n vérifie la relation* $2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$ ». Le gérant poursuit en disant :

- la bonne réponse donne droit à une réduction de 50% ;
- une mauvaise réponse conduit à une réduction de 10% et
- aucune réponse proposée correspond à 0% de réduction.

Le président du comité d'organisation de la fête, après un temps de réflexion, donne comme réponse 224 places assises et le gérant lui dit qu'il va bénéficier d'une réduction de 10% sur la location de la salle.

Par ailleurs, Dodzi, l'un des invités de marque à cette fête, demande à son fils Koffi, ton camarade de classe, de lui représenter sur un papier la route indiquée.

Consigne1 : À partir de tes connaissances en mathématiques, aide Koffi à faire le travail que son papa lui a demandé en considérant le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ où le point O désigne la maison de Dodzi.

Consigne2 : En te basant sur des calculs, justifie la réduction de 10 % accordée au président du comité d'organisation.

Critères	Pertinence	Correction	Cohérence	Perfectionnement
Consigne 1	1,25 pt	1,25 pt	1 pt	1pt
Consigne 2	1,25 pt	1,25 pt	1 pt	

EXERCICE 2 : (6pts)

Partie A : Sans recopier l'énoncé, indiquer à chaque question la lettre correspondant à la bonne réponse.

1. Soit une fonction numérique f : [-4 ; 4]→ IR , $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-E(x)}}$. L'ensemble de définition D_f de f est :

a) [-4 ; 1 [,   b)]-4; -1] ;   c)[-1 ; 4] ,   d) [0 ; 4].   (0,5pt)

2. Soit ABC un triangle équilatéral de centre O et de sens direct et r la rotation de centre O transformant A en B. L'angle de r est :

a) $\frac{\pi}{3}$ b) $\frac{2\pi}{3}$;   c) $\frac{-2\pi}{3}$;   d) $\frac{4\pi}{3}$ (0,5pt)

3. L'application f : $IR_+ \rightarrow [\frac{-1}{2}; +\infty[$, , $x \mapsto \frac{x^2-1}{2}$ est une :

a) bijection ;   b) surjection ;   c) injection ;   d) involution.   (0,5pt)

4. Soit f : IR→ $[1; +\infty[$, $x \mapsto x^2 + 2x + 2$ une application et g sa restriction à l'intervalle $[-1; +\infty[$.

L'application réciproque g^{-1} *est explicitement* définie par : a) g^{-1} : IR → $[1; +\infty[, x \mapsto -1 + \sqrt{x-1}$,

b) $g^{-1} : [1; +\infty[\rightarrow [-1; +\infty[, x \mapsto -1 - \sqrt{x-1}$,   c) $g^{-1} : [-1; +\infty[\rightarrow [1; +\infty[, x \mapsto -1 - \sqrt{x-1}$,

d) $g^{-1} : [1; +\infty[\rightarrow [-1; +\infty[, x \mapsto -1 + \sqrt{x-1}$.   (0,5pt)

Partie B : Compléter les phrases suivantes en utilisant les numéros et les lettres sans recopier toute la phrase.

1. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls tels mes$(\vec{u},\vec{v}) = -\frac{\pi}{7}$. (4×0,25pt)

(a) Une mesure de $(2\vec{u},\vec{v})$ est…a…
(b) Une mesure de $(\vec{u}, -3\vec{v})$ est…b…
(c) Une mesure de $(-2\vec{v},\vec{u})$ est…c…
(d) Une mesure de $(-2\vec{v}, -\vec{u})$ est …d…

2. Soit $(x_i, y_i)_{1\leq i\leq 10}$ une série statistique à deux caractères quantitatifs telle que $x_i = \frac{10}{2^i}$ et $y_i = i^2$. Son point moyen G a pour coordonnées à 0,1 près $\bar{x} = \cdots a \ldots et\ \bar{y} = \ldots$b... (0,5pt + 0,5pt)

3. Le nombre total de numéros téléphoniques au Togo commençant par 9 est …a… (0,5pt)

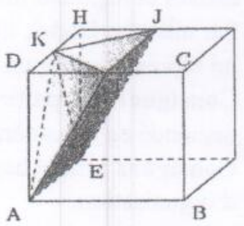
4. L'ensemble des solutions de l'inéquation (I) : x ∈]-π, π], cos(2x) $\leq \frac{1}{2}$ est S = …a… (1pt)

5. $\overline{BAC1}^{16}$ est un nombre entier naturel écrit en base hexadécimale, son écriture en base 10 est …a... (0,5pt)

EXERCICE 3 : (6pts)

Les parties I et II sont indépendantes.

I. Soit $ABCDEFGH$ un cube comme représenté ci-dessous. On place les points I, J et K respectivement au milieu des côtés $[DC]$, $[GH]$ et $[DH]$. On fixe le repère$(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



1. Montrer que le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (AEI). (1pt)
2. En déduire une équation cartésienne du plan (AEI). (0,5pt)
3. Calculer la distance du point K au plan (AEI). (0,5pt)
4. Donner une équation paramétrique de la droite $(\mathcal{D})$, perpendiculaire au plan (AEI) et passant par K.
En déduire les coordonnées du point d'intersection H de $(\mathcal{D})$ avec le plan (AEI).
(0,5pt + 0,5pt)

II. ABC et CAD sont deux triangles isocèles tels que : $AB = AC = CD, Mes\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) = \frac{\pi}{4}, Mes\left(\widehat{\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA}}\right) = \frac{\pi}{2}$

1. Soit r_A la rotation de centre A qui transforme B en C, r_C la rotation de centre C et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

On pose $f = r_C \circ r_A$.

1.1. Déterminer les images par f de A et B. (0,5 pt)

1.2. Démontrer que f est une rotation, dont on précisera le centre Ω et l'angle. (0,75 pt)

2. Soit s la similitude directe de centre Ω, qui transforme A en B. On note C' l'image de C par s, H le milieu du segment [BC] et H' son image par s.

2.1. Déterminer l'angle de s. (0,5 pt)

2.2. Démontrer que C' appartient à la droite(ΩA). (0,5 pt)

2.3. Démontrer que H' est le milieu du segment [ΩB]. (0,25 pt)

2.4. Démontrer que $(C'H')$ est perpendiculaire à (ΩB). (0,25 pt)

2.5. En déduire que C' est le centre du cercle circonscrit au triangle ΩBC. (0,25 pt)