BAC1 2022 SESSION DE REMPLACEMENT

EPREUVE DE MATHEMATIQUES SERIES D DUREE : 4H

Exercice 1 : 5pts

1.1. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation d'inconnue x, $2\cos 3x - 1 = 0$. 0,5pt
1.2. Détermine les mesures principales des solutions. 0,75pt
1.3. Représente les images des solutions sur un cercle trigonométrique. 0,75pt
2. Démontre que pour tout x réel, $\cos 3x = 4cos^3 x - 3\cos x$. Déduis-en l'expression de $2\cos 3x - 1$ en fonction de $\cos x$. 1pt
3. Soit P le polynôme défini par $P(x) = 8x^2 - 6x - 1$. Démontre que les zéros du polynôme P sont $\cos\frac{\pi}{9}$; $\cos\frac{5\pi}{9}$ et $\cos\frac{7\pi}{9}$. On ne cherchera pas à calculer les zéros de P. 0,75pt
4.1. Factorise $P(x)$. 0,25pt
4.2. Déduis-en une nouvelle expression développée de $P(x)$. 0,25pt
4.3. Déduis-en la valeur exacte de $A = \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{5\pi}{9} + \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{5\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}$. 0,25pt
$B = \cos\frac{\pi}{9} + \cos\frac{5\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9}$. 0,25pt $C = \cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{5\pi}{9}\cos\frac{7\pi}{9}$. 0,25pt

Exercice 2 : 3pts

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par :$\forall n \in \mathbb{N}, u_0 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + n - 1$ et $v_n = 4u_n - 6n + 15$
1.1. Démontre que v_n est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison. 0,25pt
1.2. Exprime v_n en fonction de n.0.25pt
1.3. Déduis-en que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \frac{19}{4} \times \frac{1}{3^n} + \frac{6n-15}{4}$. 0,25pt
2. Démontre que la suite peut s'écrire sous la forme d'une somme d'une suite géométrique t_n et d'une suite arithmétique w_n . 1pt
3.1. Calcule $S_1 = t_0 + t_1 + t_2 + \cdots t_n$ et $S_2 = w_0 + w_1 + w_2 + \cdots w_n$. 1pt
3.2. Déduis-en $S = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots u_n$. 0,25pt

Problème : 12pts

Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4}{2x} si\ x \in]-\infty; -2[\sqcup [1, +\infty[\\ -x^2 + \frac{1}{2}x + 3\ si\ x \in [-2; 1[\end{cases}$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J) ; Unité graphique 2cm
1.1. Détermine la condition d'existence de f. 0,5pt
1.2. Etudie la continuité et la dérivabilité de f en $x = -2$ et en $x = 1$. 2pts
2.1. Etudie les variations de f. 2,75pts
2.2. Détermine les coordonnées des points d'intersection de C avec les axes du repère. 1pt
3. Montre que la droite (Δ) : $y = \frac{x}{2}$ est asymptote à la courbe C lorsque x tend vers l'infini. 0,5pt
4. Trace avec soin la courbe C et la droite (Δ) ainsi que les tangentes ou demi-tangentes aux points d'abscisse -2 et 1. 1,5pts
5. On donne les équations : (E_1): $x \in \mathbb{R}, (2m-1)x^2 + 4(m-1)x - 4 = 0$ et

$$(E_2): x \in \mathbb{R}, x^2 + \left(m - \frac{1}{2}\right)x + 2m - 5 = 0$$

5.1. Résous chacune de ces équations. 1,25pts
5.2. Détermine les valeurs de m pour lesquelles la solution de (E_1) dépendant de m appartient à $]-\infty; -2[\sqcup [1, +\infty[$. 0,25pt
5.3. 5.2. Détermine les valeurs de m pour lesquelles la solution de (E_2) dépendant de m appartient à $[-2, +1[$. 0,25pt
6. Soit (D_m) la droite passant par $A(-2, -2)$ et de coefficient directeur m. Détermine graphiquement le nombre de points d'intersection de (D_m) avec C. 1pt
7.1. Soit h la fonction définie par $h(x) = f(-/x/)$. Explique clairement comment obtenir C_h, la courbe représentative de h à partir de C. 0,5pt
7.2. Représente C_h dans le même repère que C. 0,5pt