



**BACI 2022 SESSION DE REMPLACEMENT**  
**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES**

**SERIES C4 DUREE : 4H**

**Exercice 1 : 5pts**

Soit ABC un triangle direct du plan orienté tel que  $AB = AC$

1.1. Détermine le centre de la rotation de  $r$  qui transforme A en B et C en A après avoir vérifié l'existence de  $r$ . 0,5pt

1.2. Donne la valeur exacte du cosinus de l'angle  $r$  lorsque  $AB = AC = 2BC$ . 1pt

2. On considère la demi-droite  $[Bx)$  d'origine B, de support (BC) et ne contenant pas C. A tout point M de  $[Bx)$  distinct de B, on associe le point M' milieu de  $[AM]$ . Quel est le lieu des points M' lorsque M décrit  $]Bx[$ . 1pt

3. La parallèle à (AB) passant par M coupe (AC) en P et la parallèle à (AC) passant par M coupe (AB) en Q.

3.1. Démontre que le triangle BQM est isocèle. En déduis que  $r(P) = Q$ . 1pt

3.2. Démontre que lorsque M varie sur  $]Bx[$ , la médiatrice de  $[PQ]$  passe par un point fixe à préciser. 1pt. Figure 0,5pt

**Exercice 2 : 3pts**

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} u_0 = 0; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 7u_{n+1} + 8u_n \end{cases}$$

1.1. Démontre que la suite  $(S_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $S_n = u_{n+1} + u_n$  est une suite géométrique. 0,5pt

1.2. En déduis  $S_n$  en fonction de  $n$ . 0,5pt

2. On pose  $v_n = (-1)^n u_n$  et  $t_n = v_{n+1} - v_n$ . Exprime  $t_n$  en fonction de  $S_n$ . 0,75pt

3. Exprime  $v_n$  puis  $u_n$  en fonction de  $n$ . (on pourra calculer de deux manières la somme  $t_0 + t_1 + \dots + t_{n-1}$ ). 0,75pt

4. Calcule  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{8^n}$ . 0,5pt

**Problème : 12pts**

I. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J).  $m$  est un paramètre réel. On considère la fonction  $g$  définie par  $g_m(x) = \frac{x^2 - (m+2)x + 2m+2}{x-1}$ .

1. Soit un point  $M(x, y)$ . Détermine suivant la position du point M, le nombre de courbes  $(Cg_m)$  passant par M. 1pt



TSVP

2. Discute suivant les valeurs de  $m$  le nombre de points d'intersection de  $(C_{g_m})$  avec l'axe des abscisses. 1 Tapez une équation ici.pt

3. Etudie les variations de  $g_m$  pour  $m > -1$ . 2pts

II. Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{x^2 - 2/x}{x-1}$  et  $C_f$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé  $(O, I, J)$  : unité graphique : 1cm

Détermine la condition d'existence  $D$  de  $f$ . 0,25pt

Calcule les limites de  $f$  aux bornes de  $D$ . 1pt

2.1. Etudie la continuité de  $f$  en 0. 0,25pt

2.2. Etudie la dérivabilité de  $f$  en 0 puis donne une interprétation graphique du résultat. 0,75pt

3. Etudie les variations de  $f$ . 1,25pts

4. Détermine les points d'intersection de  $C_f$  avec l'axe des abscisses. 0,5pt

5. Donne une équation de la tangente  $(T)$  à  $C_f$  au point d'abscisse 2. 0,25pt

6.1. Montre que la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = x - 1$  est asymptote à  $C_f$  en  $+\infty$ . 0,25pt

6.2. Montre que  $\forall x < 0, f(x) = x + 3 + \frac{3}{x-1}$ . 0,5pt

6.3. En déduis que la courbe  $C_f$  admet une asymptote  $(\Delta')$  en  $-\infty$  dont on précisera l'équation. 0,25pt

6.4. Etudie les positions relatives de  $C_f$  et  $(\Delta')$ . 0,5pt

7. Trace  $C_f$ , ses asymptotes ainsi que  $(T)$  et les demi-tangentes à  $C_f$  en 0. 1pt

8. Soit  $(\Gamma)$  d'équation  $y = x - k - 1$ . Détermine graphiquement suivant les valeurs du réel  $k$  le nombre et le signe des solutions de l'équation  $(E_k) f(x) = x - k - 1$ . 0,5pt

9. On considère la fonction  $h$  définie par  $h(x) = \frac{-x^2 + 2/x}{x+1}$ .

9.1. Etudie la parité de  $h$ . 0,25pt

9.2. Comment obtient-on la courbe  $C_h$  de  $h$  à partir  $C_f$ . Construis  $C_h$  dans le même repère que  $C_f$ . 0,5pt