

1

BAC 2022 SESSION DE REMPLACEMENT
EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

SERIES C4 DUREE : 4H

Exercice 1 : 5pts

Soit ABC un triangle direct du plan orienté tel que $AB = AC$

1.1. Détermine le centre de la rotation de r qui transforme A en B et C en A après avoir vérifié l'existence de r . 0,5pt

1.2. Donne la valeur exacte du cosinus de l'angle r lorsque $AB = AC = 2BC$. 1pt

2. On considère la demi-droite $[Bx]$ d'origine B, de support (BC) et ne contenant pas C. A tout point M de $[Bx]$ distinct de B, on associe le point M' milieu de $[AM]$. Quel est le lieu des points M' lorsque M décrit $[Bx]$. 1pt

3. La parallèle à (AB) passant par M coupe (AC) en P et la parallèle à (AC) passant par M coupe (AB) en Q.

3.1. Démontre que le triangle BQM est isocèle. En déduis que $r(P) = Q$. 1pt

3.2. Démontre que lorsque M varie sur $[Bx]$, la médiatrice de $[PQ]$ passe par un point fixe à préciser. 1pt. Figure 0,5pt

Exercice 2 : 3pts

On considère la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 0; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = 7u_{n+1} + 8u_n \end{cases}$$

1.1. Démontre que la suite (S_n) définie sur \mathbb{N} par $S_n = u_{n+1} + u_n$ est une suite géométrique. 0,5pt

1.2. En déduis S_n en fonction de n . 0,5pt

2. On pose $v_n = (-1)^n u_n$ et $t_n = v_{n+1} - v_n$. Exprime t_n en fonction de S_n . 0,75pt

3. Exprime v_n puis u_n en fonction de n . (on pourra calculer de deux manières la somme $t_0 + t_1 + \dots + t_{n-1}$). 0,75pt

4. Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{8^n}$. 0,5pt

Problème : 12pts

I. Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). m est un paramètre réel. On considère la fonction g définie par $g_m(x) = \frac{x^2 - (m+2)x + 2m+2}{x-1}$.

1. Soit un point $M(x, y)$. Détermine suivant la position du point M, le nombre de courbes (Cg_m) passant par M. 1pt

1

TSVP

2. Discute suivant les valeurs de m le nombre de points d'intersection de (Cg_m) avec l'axe des abscisses. 1Tapez une équation ici.pt

3. Etudie les variations de g_m pour $m > -1$. 2pts

II. Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x^2-2/x}{x-1}$ et C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J) : unité graphique : 1cm

Détermine la condition d'existence D de f . 0,25pt

Calcule les limites de f aux bornes de D. 1pt

2.1. Etudie la continuité de f en 0. 0,25pt

2.2. Etudie la dérivabilité de f en 0 puis donne une interprétation graphique du résultat. 0,75pt

3. Etudie les variations de f . 1,25pts

4. Détermine les points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses. 0,5pt

5. Donne une équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse 2. 0,25pt

6.1. Montre que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à C_f en $+\infty$. 0,25pt

6.2. Montre que $\forall x < 0, f(x) = x + 3 + \frac{3}{x-1}$. 0,5pt

6.3. En déduis que la courbe C_f admet une asymptote (Δ') en $-\infty$ dont on précisera l'équation. 0,25pt

6.4. Etudie les positions relatives de C_f et (Δ') . 0,5pt

7. Trace C_f , ses asymptotes ainsi que (T) et les demi-tangentes à C_f en 0. 1pt

8. Soit (Γ) d'équation $y = x - k - 1$. Détermine graphiquement suivant les valeurs du réel k le nombre et le signe des solutions de l'équation (E_k) $f(x) = x - k - 1$. 0,5pt

9. On considère la fonction h définie par $h(x) = \frac{-x^2+2/x}{/x/+1}$.

9.1. Etudie la parité de h . 0,25pt

9.2. Comment obtient-on la courbe C_h de h à partir C_f . Construis C_h dans le même repère que C_f . 0,5pt