BAC 1 2021 Session de remplacement

Epreuve de Mathématiques ***Série D*** ***DUREE : 4H***

<u>EXERCICE 1</u> *(3,75 pts)*

ABCD est un parallélogramme de centre de symétrie O. On désigne par C' le milieu du segment [AB] et par G le point d'intersection des droites (BD) et (CC').

1.1. Montre que G est le point d'intersection des médianes du triangle ABC. ***(0,75 pt)***

1.2. Que représente G pour le triangle ABC ? ***(0,25 pt)***

2.1. Montre que le point C est le barycentre des points pondérés (A,1) ; (B,-1) ; (D,-1). ***(0,5 pt)***

2.2. Justifie que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. ***(0,5 pt)***

3. Montre que $3\overrightarrow{AG} - 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \vec{0}$. ***(0,75 pt)***

4.1. Soit k un nombre réel. On désigne par (E_k) l'ensemble des points M du plan tels que : $MA^2 - MB^2 = k$

Démontre que (E_k) est une droite perpendiculaire à (AB). ***(0,5 pt)***

4.2. Construis (E_k) pour $k = 8$ et AB = 4. ***(0,5 pt)***

<u>EXERCICE 2</u> *(3,75 pts)*

Soit l'équation (E_m) : $x^2 + (2m+1)x + m^2 + 1 = 0$, où m est un paramètre réel.

1.1. Pour quelles valeurs de m l'équation (E_m) a deux solutions distinctes x_1 et x_2 ? ***(0,5 pt)***

1.2. Trouve la valeur exacte de m, désignée par m_0, pour laquelle $x_1^2 + x_2^2 = 29$. ***(0,75 pt)***

1.3. Déterminer x_1 et x_2 pour $m = 3$. ***(0,5 pt)***

2. Soit l'équation (F_m) : $\cos^2 x + (2m+1)\cos x + m^2 + 1 = 0$.

2.1. Justifie que pour $m = 3$, (F_m) n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$. ***(0,75 pt)***

2.2. Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation (F_m) pour m=1 et représenter l'image des solutions sur le cercle trigonométrique. ***(1,25 pt)***

<u>PROBLEME</u> *(12,5 pts)*

Soit f et g deux fonctions numériques à variable réelle telles que $f(x) = \frac{2x^2-3}{x}$ et $g(x) = x - 1$

<u>Partie A</u>

1. Ecris en compréhension l'ensemble de définition de $f o g$. ***(0,5 pt)***
2. Ecris cet ensemble de définition comme réunion d'intervalles. ***(1 pt)***
3. Donne l'expression de $(f o g)(x)$ pour tout réel x différent de 1. ***(0,5 pt)***

<u>Partie B</u>

On désigne par h la fonction numérique à variable réelle définie par $h(x) = \frac{2x^2-4x-1}{x-1}$

1. Montre que pour tout x différent de 1, $h'(x) = \frac{2x^2-4x+5}{(x-1)^2}$ ***(0,5 pt)***
2. Donne le sens de variation de h. ***(1 pt)***
3. Calcule les limites de h aux bornes de son ensemble de définition. ***(1 pt)***
4. Dresse le tableau de variation de h. ***(0,5 pt)***

5.1. Détermine trois réels a, b et c tels que $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ ***(0,75 pt)***

TSVP

5.2. Justifie que les droites d'équations respectives : $y = 2x - 2$ et $x = 1$ sont asymptotes de la courbe (C_h) de h dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, I, J). ***(0,5 pt)***

6. Détermine les coordonnées des points d'intersection A et B de (C_h) avec l'axe des abscisses. ***(0,75 pt)***

7. Donner une équation de la tangente (T) à (C_h) au point d'abscisse 0. ***(0,5 pt)***

8. Construis dans le repère (O, I, J), (T), (C_h) et ses asymptotes. ***(1,75 pt)***

9. Soit k un nombre réel quelconque. Discuter, selon les valeurs de k, le nombre de points d'intersection de (C_h) avec la droite (T_k) d'équation $y = 5x + k$. ***(1,5 pt)***

10. Soit $p(x) = |h(x)|$

10.1. Construire la courbe de p dans le même repère que (C_h). ***(0,75 pt)***

10.2. Expliquer cette construction. ***(1 pt)***