BAC1 – AOÛT 2020 MATHEMATIQUES SERIE A4, Durée : 2H COEFF : 2

Exercice (6 pts)

I- Valider ou infirmer les propositions suivantes ; toutes réponses doivent être expliquées.

1. La somme de deux polynômes de degré 3 est un polynôme de degré 3. (1 pt)
2. L'équation $3x^2 - 2 = x\sqrt{7}$ a deux solutions distinctes dans IR. (1 pt)
3. Pour tout réel x, $-x^2 - 4x - 1 < 0$.(1 pt)

II- A cause de la crise sanitaire COVID-19, un magasin de vente de gel hydro alcoolique accorde à ses clients une remise de (x) % sur ses prix affichés. De plus, il accorde, sur les prix soldés, une remise de $(2x)$ % aux médecins. On note $P(x)$ le prix payé par un médecin pour un prix affiché 2 700 F.

1. Montrer que $P(x) = 0{,}54x^2 - 81x + 2\,700$ (1 pt)

2.a) Déterminer le prix payé par un médecin pour $x = 10$. (0,5 pt)

b) Déterminer x lorsque le prix payé par un médecin est 1 296 F. (1,5 pts)

Problème (14 pts)

A- On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie par : $g(x) = \frac{ax-1}{3x+b}$ où a et b sont des nombres réels.

On note (C_g) la courbe représentative de g dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Déterminer en fonction du réel b l'ensemble de définition D_g de g . (1 pt)
2. Calculer en fonction du réel a les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$. (1 pt)
3. Déterminer les valeurs de a et b sachant que (C_g) passe par le point $A(-1; 1)$ et admet la droite d'équation $x = -\frac{1}{3}$ comme asymptote verticale. (1,5 pts)

B- Soit f la fonction définie sur $IR \setminus \left\{-\frac{1}{3}\right\}$ par $f(x) = \frac{x-1}{3x+1}$.

On note (C_f) sa représentation graphique dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer les réels α et β tels que pour tout réel $x \neq -\frac{1}{3}$, $f(x) = \alpha + \frac{\beta}{3x+1}$.(1 pt)
2. a- Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. (2 pts)

   b- En déduire les équations des asymptotes à (C_f) . (0,5 pt)
3. a- Calculer la dérivée f' de f puis donner le signe de $f'(x)$ pour tout $x \neq -\frac{1}{3}$. (1 pt)

   b- Dresser le tableau de variation de f . (0,5 pt)

   c- Construire (C_f) et ses asymptotes. (2 pts)

C- On considère la suite $(U_n)_{n \in IN}$ définie par $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = f(U_n)$.

1. Représenter graphiquement dans le repère précédent : U_0; U_1; U_2; U_3 . (1 pt)
2. Que peut-on dire de la suite $(U_n)_{n \in IN}$? (0,5 pt)
3. Calculer U_1, U_2, U_3, U_4 puis en déduire U_8 et U_{13} . (2 pts)