BAC1- MAI 2019 **Mathématiques D** *Durée : 4h Coeff : 3*

Exercice 1 (5 pts)

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[AB]$.

1. Construire :
   le barycentre J du système $\{(B,3);\ (C,2)\}$
   etle barycentre K du système $\{(A,3);\ (C,2)\}$. (1 pt)
2. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{KJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
   Que peut-on en conclure pour les droites(JK) et (AB). (0,75 pt)
3. Justifier qu'il existe un unique point G tel que :
   $3\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$. (0,25 pt)
4. a) Démontrer que les points $A,\ G,\ J$ sont alignés. (0,5 pt)
   b) Démontrer que les points $B,\ G,\ K$ sont alignés. Placer le point G. (0,5 pt)
   c) Démontrer que les points $C,\ G,\ I$ sont alignés.(0,5 pt)
   d) Placer G sur la figure précédente. (0,5 pt)
5. Soit l'ensemble (E) des points M du plan tels que $\|3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MJ}\| = 3KA$.

Vérifier que $K\epsilon(E)$ puis déterminer et construire l'ensemble (E). (1 pt)

Exercice 2 (3,5 pts)

$\mathcal{C}$ est un cercle, $[AB]$ est une corde de $\mathcal{C}$ et M un point de $\mathcal{C}$. Soit D le point tel que $MABD$ est un parallélogramme.

1. Faire une figure. (0,5 pt)
2. a) A, B et $\mathcal{C}$ étant fixes, J milieu du segment $[MD]$, déterminer une translation de vecteur fixe qui transforme M en J. (0,5 pt)
   b) Déterminer et construire l'ensemble des points J quand M décrit $\mathcal{C}$. (0,75 pt)
3. Soit I le milieu de $[MB]$. Déterminer et construire le lieu de I. (0,75 pt)
4. Déterminer le lieu du centre de gravité de MDB quand M décrit $\mathcal{C}$. (1 pt)

Problème (11,5 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par :
$f(x) = \frac{2x^2+3x}{2x+1}$.

On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé$(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (unité 1cm).

1. a) Déterminer l'ensemble de définition D de$f$. (0,5 pt)
   b) Calculer les limites de f aux bornes de D. (1 pt)
2. a) Déterminer les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x+1}$, $\forall x \in D$. (0,75 pt)
   b) Déduire que $(\mathcal{C})$admet une asymptote(Δ) d'équation $y = x + 1$ puis préciser l'autre asymptote. (0,75 pt)
   c) Etudier la position de $(\mathcal{C})$par rapport à la droite (Δ). (0,5 pt)

…/… T.S.V.P.

d) Montrer que le point K , intersection des asymptotes est un centre de symétrie de $(\mathcal{C})$. (0,5 pt)

3. Etudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation. (1,25 pts)
4. a) Déterminer une équation de la tangente (T)à la courbe $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 0. (0,5 pt)
   b) Donner une équation de la tangente (T_1) à la courbe $(\mathcal{C})$et qui est parallèle à(T). (1 pt)
5. Représenter sur un même graphique la courbe $(\mathcal{C})$, ses droites asymptotes et les droites$(T)\ et\ (T_1)$. (2 pts)
6. On désigne par M le point de $(\mathcal{C})$ d'abscisse$x$ et par N le point de (Δ) de même abscisse x . Pour quelles valeurs de x la distance MN est-elle inférieure à 1 mm ? (1pt)
7. Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{2x^2-3|x|}{1-2|x|}$.
   a) Déterminer l'ensemble de définition $D_g deg$. (0,5 pt)
   b) Etudier la parité de g. (0,5 pt)
   c) Trouver l'ensemble sur lequel $fetg$ coïncident. (0,25 pt)
   d) Construirela courbe $(\mathcal{C}')$ de$g$dans le repère précédent. (0,5 pt)