BAC1- MAI 2019 **Mathématiques A4** *Durée : 2h Coeff : 2*

Exercice(6 pts)

On considère les suites géométriques (u_n) et (v_n) définies par :

$u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$ et $v_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ (pour$n\epsilon IN$) .

1. On définit ensuite la suite (β_n) par :

Pour tout n de IN, $\beta_n = u_n - v_n$.

Calculer $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$. La suite (β_n)est-elle géométrique ? (2 + 1 pts)

2. On définit ensuite la suite (λ_n) par :
Pour tout n de IN, $\lambda_n = \beta_{2n}$.
Calculer $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$. (2 pts)
Que peut-on dire de la suite (λ_n) . Justifier votre réponse. (1 pt)

Problème (14 pts)

On considère les applications f et g définies sur IR par :

$f: x \longmapsto 2x - x^2$ et $g: x \longmapsto 2x - x^2 + x^3$.

On note C_f et $C_g$les courbes représentatives respectivement de f et g dans un repère orthonormé d'unité graphique 1 cm.

1. a) Calculer les limites de chacune des fonctions f et g en $-\infty$ $et\, en$ $+\infty$. (2 pts)
b) Calculer les dérivées de$f et$ $g$puis étudier le signe de chacune des dérivées. (2,5pts)
c) Dresser le tableau de variation de chacune des fonctions f et g . (1 pt)

2. a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C_f et C_g (1 pt)
b) Démontrer que C_f et C_g sont tangentes à l'origine à une même droite dont on donnera une équation. (1,5 pts)
c) Préciser la position de chaque courbe C_f et C_g par rapport à cette droite. (1,5 pts)
3. Tracer la tangente commune, C_f et C_g . (2,5 pts)

4. Soit h l'application définie par : $h(x) = 2|x| - x^2$.
a) Etudier la parité de h puis montrer que $\forall x \geq 0,\ h(x) = f(x)$. (1 pt)
b) Tracer la courbe représentative C_h de h dans le repère précédent. (1 pt)