BAC1 – AOÛT 2018 MATHEMATIQUES Série C Durée : 4h Coeff : 5

Exercice 1 **(4 pts)**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath})$, on donne par leurs coordonnées les points $A(-1;0), B(1;0), C(0;-1)$. Soient $b\ et\ c$ deux nombres réels et le système de points pondérés $(S) = \{A(1); B(b); C(c)\}$.

1. Discuter, suivant les valeurs de $b\ et\ c$, de l'existence du barycentre G du système(S). Si G existe, donner alors ces coordonnées. (0,75 pt)
2. Soit M, le point de coordonnées(b,c).
   Déterminer puis construire l'ensemble (E) des points M pour que le système (S)n'admette pas de barycentre. (0,5 pt)
3. Le couple (b,c) est obtenu de la manière suivante : b est le numéro de la face supérieure d'un dé cubique lancé dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et c celui d'un dé cubique lancé dont les faces portent les nombres -4 ; -3 ; -2 ; -1 ; 1 ; 2. Chaque face a la même chance d'apparition.

a) Quel est le nombre de couples(b,c) pour que (S) admette un barycentre. (1 pt)

b) Déterminer l'ensemble (H) de couples (b,c) pour que le système (S)admette un barycentre d'abscisse 1. (0,5 pt)

c) Déterminer l'ensemble (K) de couples(b,c) pour que le barycentre G soit d'ordonnée1. (0,75 pt)

d) Déterminer l'ensemble (K) de couples (b,c) pour que le barycentre G ait pour coordonnées $(1;1)$. (0,5 pt)

Exercice 2 **(4,5 pts)**

Dans le plan, on considère quatre points distincts deux à deux$A, B, C\ et\ D$ tels : $AC = BD$, les segments $[AC]$, $[BD]$ soient sécants et$mes\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right) = \frac{\pi}{2}$.

On désigne par Q, le milieu de $[AC]$ et par P celui de $[BD]$. On appelle $(C_1), (C_2), (C_3)\ et\ (C_4)$ les cercles de diamètres respectifs $[AB], [BC], [CD]\ et\ [DA]$.

1. Faire une figure. (1 pt)
2. a) Soit r, la rotation qui transforme $A\ en\ B\ et\ C\ en\ D$. Quel est l'angle de r ? Montrer que le centre I de r appartient aux cercles $(C_1)\ et\ (C_3)$. (0,75 pt)

   b) Soit r', la rotation qui transforme $A\ en\ D\ et\ C\ en\ B$. Quel est l'angle de r' ? Montrer que le centre J de r' appartient aux cercles $(C_2)\ et\ (C_4)$. (0,75 pt)

   c) Quelle est la nature du quadrilatère $IPJQ$? (0,75 pt)

   On désigne par $M\ et\ N$ les points diamétralement opposés à I sur, respectivement, $(C_1)\ et\ (C_3)$ et par $R\ et\ S$ les points diamétralement opposés à J sur, respectivement, $(C_2)\ et\ (C_4)$.

3. Soit φ la similitude direct de centre I, de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $-\frac{\pi}{4}$.

   a) Quelle sont les images par φ des points D, P, B? (0,75 pt)

   b) En déduire que J est le milieu de $[MN]$. (0,5 pt

…/… T.S.V.P.

Problème (11,5 pts)

A. Résoudre :

1. $t \in IR,\ \frac{1+\sqrt{4t-3}}{4} \leq 1$ (0,5 pt)
2. $t \in IR, 0 \leq \frac{1-\sqrt{4t-3}}{4} \leq 1$ (1 pt)

B. Soit l'équation : $x \in IR,\ 2cos^2x + cos^2 2x = \propto \quad (E_\propto)$ où $\propto$ est un réel.

1. a) Exprimer en fonction de $cosx$ le réel $2cos^2x + cos^2 2x$.(0,25 pt)
   b) Déterminer les valeurs de $\propto$ pour lesquelles $(E_\propto)$ admet au moins une solution. (1pt)
2. Résoudre l'équation $(E_\propto)$ dans chacun des cas suivants :
   a) $\propto = \frac{3}{4}$. (1 pt)
   b) $\propto = 1$. (0,75 pt)
   c) $\propto < \frac{3}{4}$. (0,25 pt)
   d) $\propto > 3$. (0,75 pt)
3. Exprimer $\sin(a+b)$ *et* $\sin(a-b)$ en fonction de $cosa, cosb, sina$ *et* $sinb$ où a *et* b sont des nombres réels, puis transformer la somme $sinp + sinq$ en produit où p *et* q sont des nombres réels. (0,5 pt)

C. f est la fonction définie sur IR par $f(x) = 2cos^2x + cos^2 2x$; $(\mathcal{C})$ est sa courbe représentative dans un repère orthonormé, (unité graphique 2 cm).

1. Montrer que f est périodique de périodeπ. (0,25 pt)
2. Etudier la parité de f. (0,25 pt)
3. Montrer qu'il suffit d'étudier f sur l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. (0;25 pt)
4. Montrer que f est dérivable sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et vérifier que pour $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right], f'(x) = -4sin3xcosx$. (0,75 pt)
5. Etudier le sens de variation de f et dresser son tableau de variation sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$(0,75 pt)
6. Tracer $(\mathcal{C})$. (1,5 pts)
7. Résoudre graphiquement en discutant suivant les valeurs du réel $\propto$,l'équation :$x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{3}\right],\ 2cos^2x + cos^2 2x = \propto$. (1 pt)
8. Retrouver les résultats de partie B. 2. (0,75 pt)