BAC1 – MAI 2016 MATHEMATIQUES C4 Durée : 4h Coeff : 5

EXERCICE I **(4,5 pts)**

On considère un triangle ABC du plan.

1. a) Déterminer et construire le point G, barycentre du système de points $(A\ ;\ 1), (B\ ;\ -1), (C\ ;\ 1)$. (0,5 pt)
   b) Déterminer et construire le point G', barycentre du système de points $(A\ ;\ 1), (B\ ;\ 5), (C\ ;\ -2)$. (0,5 pt)
2. a) soit J le milieu de $[AB]$.
   Exprimer $\overrightarrow{GG'}\ et\ \overrightarrow{JG'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{AC}$ et en déduire l'intersection des droites $(GG')\ et\ (AB)$. (1,5 pts)
   b) Montrer que le barycentre I du système $(B; 2), (C;\ -1)$ appartient à la droite (GG'). (1 pt)
3. Soit D un point quelconque du plan. Soient O le milieu de $[CD]$ et K le milieu de $[0A]$.Déterminer trois réels $a, d\ et\ c$ tels que K soit le barycentre du système $(A\ ;\ a), (D;\ d), (C\ ;\ c)$. (1 pt)

EXERCICE II **(5,5 pts)**

1. Dans le plan orienté, on considère un carré $PQRS$ de centre O pour lequel $mes\left(\widehat{\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}}\right) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$. Soit $ABCD$ un parallélogramme tel que P, Q, R, S appartiennent respectivement aux segments $[AB], [BC], [CD], [DA]$.
   a. Faire une figure. (0,5 pt)
   b. Montrer que les droites $(AD)\ et\ (DC)$ sont les images des droites $(BC)\ et\ (AB)$ par la symétrie s de centre O. Montrer O est le centre du parallélogramme $ABCD$. (1,75 pt)
   c. Soit Δl'image de la droite (AB) par la rotation r de centre Od'angle$\frac{\pi}{2}$.
   Etablir que Q est un point commun aux droites $(BC)\ et\ \Delta$.. (0,75pt)
2. Soit $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$ l'expression analytique de le rotation r dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soit les points, $A(1;\ -2), B(3; 2), C(-1; 2) et\ D(-3;\ -2)$ dans le plan orienté.

En utilisant la question précédente, construire un carré inscrit dans le parallélogramme $ABCD$; on donnera les coordonnées des sommets de ce carré. (2,5 pts)

PROBLEME **(10 pts)**

Soit$f$ la fonction définie sur $IR\backslash\{1\}$par $f(x) = \frac{x^2+3}{2x-2}$.

A. On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentant $f$dans le plan muni d'un repère orthonormé.

TSVT …/…

1. Trouver trois réels a, b et c tels que :
pour tout réel$\neq 1, f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$. (0,75pt)
2. Etudier la limite de f aux bornes de l'ensemble de définition $D_f$de f. (1 pt)
3. Démontrer que $\mathscr{C}$admet deux asymptotes dont on précisera les équations. (0,75 pt)
4. Etudier le sens de variation de f puis dresser le tableau de variation de f. (1,5 pts)
5. Tracer la courbe $\mathscr{C}$et ses asymptotes. (1,5 pt)
6. Démontrer que le point Ω, intersection des asymptotes est un centre de symétrie de $\mathscr{C}$. (0,75 pt)
7. Soit$\mathscr{T}$la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2
   a. Donner une équation de $\mathscr{T}$ puis tracer $\mathscr{T}$ dans le repère précédent. (0,5 pt)
   b. Existe- t-il des points de $\mathscr{C}$où la tangente est perpendiculaire à $\mathscr{T}$? (Justifier la réponse par le calcul.) (0,75 pt)

B. On considère la suite (u_n) définie par :
$u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_0 = a$ (oùa est un réel différent de 1).
1. On pose $a = 1{,}5$. Représenter, sur le graphique de la question A. 5. les premiers termes de la suite (u_n).
Emettre une conjecture quant au sens de variation et à la limite de la suite.(1,5 pts)
2. Déterminer les valeurs de a pour les quelles la suite (u_n) est constante. (1 pt)