BAC1- MAI 2016 MATHEMATIQUES A4 Durée : 2h Coef : 2

**EXERCICE** **(08 pts)**

Nicole, qui est en seconde A4, ne sait donc pas résoudre les équations du troisième degré.

Toutefois, feuilletant le livre de mathématique de son frère de première A4, elle voit un paragraphe où l'on s'intéresse aux deux équations : $2x^3 - x^2 - 14x + 7 = 0$ et $2x^3 - x^2 - 18x + 9 = 0$et où l'on affirme qu'elles ont une solution commune.

1. En supposant qu'elles ont effectivement une solution commune, comment Nicole peut-elle la calculer ? Déterminer alors cette solution commune. (2 pts)
2. Peut-elle vérifier qu'il s'agit bien d'une solution de chaque équation ? (1 pts)
3. Connaissant la valeur de cette solution commune, Nicole se propose de déterminer les autres solutions de la première équation.
   Pour cela, elle fait la division euclidienne de $2x^3 - x^2 - 14x + 7$par $2x - 1$.
   Terminer les calculs et trouver les autres solutions. (2,5 pts)
4. Déterminer de même les solutions de la seconde équation. (2,5 pts)

**PROBLEME** **(12 pts)**

Le repère $(O, I, J)$ est orthonormé ; unité graphique 2cm.

I. On considère la fonction$f$ de IR vers IR définie par : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$.

1. Déterminer les nombres réels$b$ et $c$ pour que la représentation graphique de $f$ passe par le point $A\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et admette, en ce point, une tangente parallèle à l'axe des abscisses. (2 pts)
2. Démontrer que l'axe des ordonnées est un axe de symétrie de la représentation graphique de $f$. (1 pt)

II. Soit $g$ la fonction définie par $g(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 1)$ et $(C)$ sa représentation graphique dans le repère $(O, I, J)$.

1. a) Calculer les limites de $g$ aux bornes de son ensemble de définition.(1 pt)
   b) Calculer la fonction dérivée $g'$de $g$. (0,5 pt)
   c) Etudier le signe de $g'$ sur IR puis déduire le sens de variation de $g$ (1,5 pts)
   d) Dresser le tableau de variation de $g$. (0,5 pt)

2. a) Montrer que $g(x) - x = \frac{(x-1)^2}{2}$. (1 pt)

   b) Soit (D) la droite d'équation $y = x$. Tracer (D) et $(C)$ dans le même repère tout en précisant leur point d'intersection. (2pts)

III. On considère la suite $(u_n)$ définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :
$u_1 = \frac{1}{2}$et $u_{n+1} = g(u_n)$.

1. Représenter dans le repère précédent les trois premiers termes de$(u_n)$. (1,5 pts)
2. Montrer que cette suite est croissante. (1pt)